

# 低ボラティリティ戦略の 構築

ファクター投資を理解する

Mehdi Alighanbari, Stuart Doole, Lokesh Mrig, Durga Shankar

2016年1月



目次	エグゼクティブサマリー	3
	はじめに	5
	低ボラティリティ投資	7
	低ボラティリティ戦略:ヒューリスティックな手法 対 最適化べ	ースの
	手法	9
	ヒューリスティックな手法	10
	最適化ベースの手法	11
	最適化の実例:制約条件の適用	13
	制約条件のない最小分散に共通の弱点	13
	業種、国、スタイルへのバイアス	14
	回転率	18
	回転率と経路依存	19
	市場サイクルおよび経済局面を通じたパフォーマンス	22
	弱気相場におけるパフォーマンス	22
	アップサイドの可能性	23
	さまざまな経済局面での指数の動き	24
	MSCI 最小分散指数:外挿期間のパフォーマンス	25



紀	\$論	27
参	考文献	29
別	J紙 1:相関性とボラティリティ	30
	相関性の問題	. 30
	最大分散化に関する留意事項	. 33
	資産アロケーションと低ボラティリティ指数	. 34
別	紙 2: 通貨ヘッジの問題	36
	現地通貨の最小分散指数	. 37
	ケーススタディ: グローバル「現地通貨」最小分散指数	. 38

# エグゼクティブサマリー

低ボラティリティは、これまで市場の混乱期においても好調なパフォーマンスを上げてきた数少ないファクターの一つである。また、低ボラティリティのディフェンシブな戦略は長期的にも市場に対するプレミアムをもたらしており、市場を下回るリスクしかとらない場合は市場より高いリターンは得られないとする、金融の最も基本的な理論の一つと矛盾する。2008年の世界金融危機以降、低ボラティリティに対する機関投資家の注目度が高まっている。

低ボラティリティのアノマリーを研究するリサーチはこれまでに幅広く実施されてきたが、本報告書の目的は、低ボラティリティ戦略実施の実例を論じることにある。低ボラティリティ戦略は2つの主な方法、すなわち純粋にランキングベースの(ヒューリステ



ィックな)手法か、最適化ベースの手法のどちらかを使用して構築することができる。 純粋にランキングベースの手法は比較的シンプルで理解しやすい一方、最適化ベースの 手法は、低ボラティリティ戦略の構築に大幅な柔軟性を与えられることがわかった。さ らに、純粋にランキングベースの手法の中には、低ボラティリティ以外のファクターに 対する予想外のエクスポージャーを伴うものがあり、これはリスク・リターン特性に重 大な影響を及ぼしかねない。最適化戦略にも固有の弱点はあるかもしれないが、制約条 件を用いることにより、構築のメソドロジーを微調整することが可能である。

MSCI ワールド最小分散指数を例に挙げ、最適化ベースのメソドロジーのもつ優位性と 柔軟性を活かしつつ、制約なしの最適化に生じる弱点(高い売買回転率、希望しない業 種や国への大規模なアクティブ投資)を修正するよう制約条件を組み入れた、巧みに設 計された手法を採用することでメリットが得られるしくみを実証する。

効果的な最小分散指数を構築するための第一歩は、頑健な共分散行列である。ファクター・モデル、特にファンダメンタル・ファクター・モデルを採用することにより、予測しなくてはならないパラメータの数を減らし、得られる共分散行列の頑健性を高める効果がある。

2008年のローンチ以降のさまざまな市場局面における、MSCI ワールド最小分散指数の動きを評価した。同指数は全体のボラティリティを30%縮小し、景気後退時にも市場を上回るパフォーマンスを上げている。長期的には、市場全体が40%上昇する中で、これを20ポイント上回った。



# はじめに

低ボラティリティ・ファクターの登場は 1970 年代に遡るが、2008 年の世界金融危機 以降、また、ファクター指数(いわゆる「スマート・ベータ」)の採用が広がったこと からも新たに注目されるようになった。

これまで低ボラティリティ・ファクターのパフォーマンスは、経済危機や下落相場においても、市場ほど下落していない。そのためポートフォリオに組み入れられると、そのディフェンシブな特性から、乱高下する市場で資金を保護することが多かった。

また、幅広い集団を対象として調査を行ったところ、低ボラティリティ・ポートフォリオは長期にわたり市場をアウトパフォームしたことがわかった。このアウトパフォーマンスは時期や地域に関係なく一貫していた。低ボラティリティ・ファクターの示すパフォーマンスは、高いボラティリティは高いリターンに結びつくという金融の最も基本的な原則の一つと明らかに矛盾しており、その原因は謎である。資本資産評価モデル(CAPM)によれば、一般に市場より低いリスクしかとらない場合、長期的なプレミアムを期待するべきではない。過去のリターン・プレミアムは主に行動ファイナンス理論によって説明されてきたが、これについては次のセクションで概説する。

低ボラティリティ投資は幅広いテーマであり、膨大な数のリサーチがこのテーマをとり 上げてきた。本稿は、低ボラティリティ戦略の実際の構築例を挙げながら、投資家がこれらの戦略を評価するさいに抱く共通の疑問に答えようとするものである。

本報告書は、過去に長期の超過リターンをもたらしてきた6つの主要ファクター(バリュー、クオリティ、モメンタム、利回り、低ボラティリティ、小規模)を1つずつとり上げ、説明するシリーズの第5回である。



# 低ボラティリティ投資

低ボラティリティの株式が市場を上回るパフォーマンスを上げることは、「高いリスク は高いリターンと結びついている」という金融の主要原則の一つと明らかに矛盾してい るものの、複数の実証研究がこれを証明してきた<sup>1</sup>。

一般に、低ボラティリティがもたらすプレミアムを説明するにあたっては行動学的論拠 が用いられてきた。以下は、代表的な説明の一部である。

- **宝くじ効果**:高ボラティリティの株式を購入するのは宝くじを買うのに似ているという意見がある。客は少額を支払って多額の賞金獲得を期待する――だがその確率は非常に低い。投資家も同様に「非論理的な」理由から高ボラティリティ銘柄を好むため、往々にして高ボラティリティ株が過剰に買われ、低ボラティリティ株がそれほど買われないのである。
- **代表性**:投資家は、「華やかな」高ボラティリティ株に対して高値を付ける傾向がある。そういった銘柄のごく一部の成功が大きくとり上げられるからだ。これらの銘柄の投機的性質について、投資家は見て見ないふりをするものである。
- 過信:投資家は将来を予測する自らの能力を過信するため、先行きの不透明な株式(高ボラティリティ株)になればなるほど投資家による見通しのばらつきも大きくなる。また、悲観的な投資家が空売りによって否定的な見通しを表明するとは考えにくいため、楽観的な投資家が高ボラティリティ銘柄の株価を押し上げることになり、高ボラティリティ株の将来の期待リターンは低下する。
- 代理人問題:証券会社その他の機関が、低ボラティリティ株のように「地味な」 株について行ったリサーチの数は比較的少ないため、資産運用担当者は低ボラティリティ株への投資を避けることが多くなる。

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Black (1972), Haugen and Baker (1991), Chan, et al. (1999), Jagannathan and Ma (2003), Clark, et al. (2006), Ang et al. (2006), Blitz and Vliet(2007), Nielsen and Subramanian(2008), Sefton, et al. (2011), Baker and Haugen (2012), Frazzini and Pedersen (2014), Muijsson, et al. (2014), and Stambaugh, et al. (2015)



• 非対称な動き:市場の下落局面において、低ボラティリティのポートフォリオと高ボラティリティのポートフォリオのベータ値の差は拡大傾向にあった(すなわち、低ボラティリティ株のベータ値(あるいはリスク)は市場を大幅に下回った)。したがって、低ボラティリティ株は高ボラティリティ株ほど下落していない。一方上昇局面ではこのずれが小さくなるため、低ボラティリティ株はわずかながらアンダーパフォームした。正味の長期的パフォーマンスでは低ボラティリティ株が上回った。

行動バイアスを根拠としない理論もある。たとえば Baker ら(2011 年)は、低ボラティリティ株のベータ値が相対的に小さくなる傾向を見出し、機関投資家がこれらの株をオーバーウエィトした場合、トラッキング・エラーが大きくなる可能性のあることに気づいた。このようなトラッキング・エラーは、十分な超過リターン(アルファ)によって正当化される必要がある。言い換えれば、機関投資家はホールセール取引で低ボラティリティ株を購入することはできない。機関投資家は、ある意味ではベンチマークの問題のために、低ボラティリティ株のアノマリーを十分に活用することができないのである。

これとは別に Frazzini と Pedersen(2014 年)は、高ベータ値の資産がアウトパフォームする要因として、多くの投資家が抱えるレバレッジ制約条件と委託証拠金を挙げている。CAPM(資本資産価格モデル)によれば、すべての投資家はシャープ・レシオの最も高いポートフォリオに投資し、自身の目的に応じてポートフォリオのレバレッジをきかせたり解消したりする。しかし、多くの投資家はレバレッジの利用に制約を受けるため、むしろ保有するリスク資産を増やすことになる。このように高ベータ値の資産の需要が高まると、長期的にみたリスク調整済みリターンは低ベータ値の資産よりも低くなる可能性がある。

最後に、Muijsson ら(2014 年)は低ベータ株のアウトパフォーマンスを、金利の変動に基づいて説明している。彼らの分析は、無リスク金利の変動から受ける影響が低ベー



タ・ポートフォリオと高ベータ・ポートフォリオで異なることを示している。低ベータのポートフォリオのリターンは金利の低下局面で増加するが、高ベータ値のポートフォリオのリターンは金利の上昇局面で増加する。低ボラティリティ株におけるアノマリーの主な背後要因は、政府による金融政策といった外因性のマクロ経済要因に由来する可能性が高いと、彼らは結論づけている。

# 低ボラティリティ戦略: ヒューマリスティックな手法 対 最適化ベースの 手法

長年にわたり、低ボラティリティ戦略を遂行するための方法論が数多く開発されてきた。 比較的最近では「スマート・ベータ」指数の人気が火つけ役となって、投資可能な低ボ ラティリティ指数の構築に関心が高まっている。これらの指数とその構築手法は、ヒュ ーリスティックと最適化ベースの 2 つのグループに明確に分類できる。

ヒューリスティックな(経験則に基づく)手法は低ボラティリティ指数を構築する、概してシンプルな、純粋にランキングベースの指数である。対照的に最適化手法は、より高度な手法である。その精巧さゆえに構築のプロセスが複雑であるともいえるが、柔軟性に富んでおり、正しく設計されれば、構築する指数の質を大幅に向上させ、再現性を高め、投資スタイルや国、業種への予想外のエクスポージャーを避けることが可能である。

手始めに、ある指数のボラティリティの計算式を以下に示す。

$$\sigma_p^2=W^T.~\Phi~.W=\sum_{i=1}^N w_i^2\sigma_i^2+\sum_{i=1}^N\sum_{j=1,j<>i}^N\rho_{ij}w_iw_j\sigma_i\sigma_j$$

上の式において  $\sigma_p$  は指数リターンのボラティリティを、  $\sigma_i$  は指数を構成する株式(資産) i のボラティリティを、  $w_i$  は株式 i のウェイトを、  $\rho_{ij}$  は株式 i と jの相関係数を示す。



式の目的は、その指数のボラティリティが最も小さくなるようなウェイト  $(w_i)$  を求めることである $^2$ 。これらのウェイトを算出し、最適な指数ポートフォリオを構築するには複数の異なるメソドロジーが存在するが、それらはすべて  $^2$  段階からなる。第  $^2$  段階では、ボラティリティと相関性(共分散行列——上の式では  $^4$  )の予測を立てる。第  $^2$  段階では、予測した値を用いて最適なウェイトを算出する。したがって、低ボラティリティ指数の質は予測の正確性とウェイトの計算手法に左右される。

#### ヒューリスティックな手法

低ボラティリティ指数を構築するために、純粋にランキングをベースとする数多くの手法が開発されている。大半の場合こうした手法の基本原則は、株式ユニバースをその予測ボラティリティ(総ボラティリティ、残差ボラティリティまたはベータ値)によりランクづけし、株式ユニバースの銘柄からサブセット(場合によってはすべての銘柄)を選択した後、複数の異なる重みづけスキームを適用するというものだ。重みづけは時価総額、ボラティリティのインバース、分散のインバース、その他さまざまなメソドロジーにより決定可能である。

これらのヒューリスティックな手法には制約条件を課されることがあるが、その目的は、 許容範囲の流動性および投資可能性の確保、業種や国に対するエクスポージャーの管理、 銘柄ごとのウェイト上限の設定である。MSCI リスクウェイト指数やボラティリティ・ ティルト指数がこれにあてはまる。

こうした手法はシンプルかつ透明性があり、ウェイト設定スキームは十分な柔軟性を有している。しかし、銘柄ごとののボラティリティを基に構築するのが一般的で、株式同士のリターン(先述の等式の第 2 項)の相関は無視している。このことは、相関性のク

 $<sup>^2</sup>$  通貨リスクは低ボラティリティ戦略の設計における重要な検討事項である。こうした戦略を左右する通貨の影響については別紙  $^2$  で述べる。



ロスセクションでの分散 (cross sectional variation) が大きい場合、大きな影響をもたらす可能性がある。

また、一部のヒューリスティックな手法は、低ボラティリティへの純粋なエクスポージャーを提供せず、その他のファクターについての暗示的(implicitly)エクスポージャーを提供することがある。こうした手法においてリスク・リターンの一部は、これらの残差ファクターからもたらされる。

他のファクターを明示的に組み入れている低ボラティリティ戦略もある。たとえば、ボラティリティに基づいて銘柄をソートし選定した後で、銘柄企業のバリュエーションを基にウェイト設定することが可能である。この種の手法にはマルチ・ファクターが用いられる。複数のファクターを組み合わせることで分散化のメリットが得られる一方、この戦略のリスク・リターン特性は、ボラティリティへのエクスポージャーと同程度に、たとえばバリューに対するエクスポージャーからも起因している可能性がある。

#### 最適化ベースの手法

ヒューリスティックな手法が個々の株式のボラティリティを反映しているのに比べ、最適化ベースの手法は、ボラティリティと相関性の両方に説明力をもつ³。 最適化を行う方法はさまざまだが、その違いは概して、共分散行列の予測値(上記の式ではΦ)と制約条件の適用法に起因する。

共分散行列を求める最も単純なやり方は、銘柄ごとの過去のリターンを用いてその過去のボラティリティを求め、両者の相関係数を算出することである<sup>4</sup>。 この手法には 2 つの大きな問題がある。まず、株式ユニバースの銘柄数が増えるにつれて共分散行列の規模が拡大し、それに伴って予測するべきパラメータの数も膨大になるため、ときには何百万ものパラメータを予測しなくてはならない。 また、株式のボラティリティと、株式

 $<sup>^3</sup>$  相関性とボラティリティが低ボラティリティ指数にもたらす効果については別紙 1 に詳述しており、参照されたい。

<sup>4</sup> 選定したユニバース中の構成銘柄のうち、あらゆる一対の株式リターンの相関関係。



同士のボラティリティの相関関係は非常に不安定になる可能性があるため、過去の値を 用いて将来の値を上手く予測できないことがある(Vangelisti、1992 年)。

最適化手法の中でもより一般的で、特に広範囲の株式ユニバースに用いられるのが、主成分分析を採用した単純な統計モデルや、精巧なファンダメンタル・ファクター・モデルといったファクター・モデルである。これらのモデルは、予測すべき共分散行列の実質的な規模を小さくし、計算の複雑さを減らすことで安定性を高める。ファクター数が固定されていれば共分散行列の規模は一定であるため、ユニバースを構成する株式数の変化に左右されないのである。

加えて、シンプルなカーハートの5ファクター・モデルや商用モデルなどのファンダメンタル・ファクター・モデルは、経済的洞察(economic intuition)を活用して投資ユニバース全体の現実的かつ安定した相関性を計測するモデルである。ファンダメンタル・ファクター・モデルは株式の現在の特性を用いる傾向にあるため、よりタイムリーかつ安定的で頑健な共分散行列を得ることができる。MSCI 最小分散指数は 2008 年に発表され、現在は Barra GEM2 ファクター・モデルを採用している5。

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>ローンチ当時の MSCI 最小分散指数は、旧版の Barra 株式モデル(GEM)を採用していた。より進化した GEM2 モデルが発表されると、同指数は 2009 年にこのモデルを採用した。



# 最適化の実例:制約条件の適用

実証せず設計された最適化手法は、特定の業種や国、スタイルに、不要で過剰なエクスポージャーをもたらす可能性がある。また、最適化の設計に不備がある場合は、リバランス期の回転率が上昇しかねない。だが制約条件を課すことにより、最適化の有効性を弱めることなく弱点を緩和することができる。

最適化の設計プロセスと、制約条件をどう組み入れるかは非常に重要である。最適化を行った後に制約条件を課すことで指数に手を加えると、プロセス全体に悪影響を及ぼし、構築された指数の最適性を損なうことがある。たとえば、業種制約条件を課さずに指数を最適化し、後から構成銘柄の重みづけを調整することにより業種の制約条件を課した場合、指数の質を損なう可能性がある。同様に、制約条件を加えないで最適化を実行するとロング・ショート戦略の最適なポートフォリオを構築できるかもしれないが、個々のロング・ショートのレッグは最適から程遠いものになることがある。したがって、制約条件は最適化の過程で組み入れ、結果に手を加えてはならない。

最適化を実行する前に構成銘柄を選定するのが賢明だろう。たとえば、戦略上一部の銘 柄を除外したい場合には、最適化の前に取り除けばよい。

#### 制約条件のない最小分散に共通する弱点

制約条件を加えない最小分散ポートフォリオにみられる3つの主な問題点は、1) 一部の業種や国へのバイアス、2) 投資スタイルに関連した不要なエクスポージャー、3) リバランス期の回転率上昇、である。以降ではこれらの予想される弱点に焦点を当て、正しく設計された制約条件を用いて是正する方法を示す。有効性の低い、あるいは最適化プロセスにとって有害となりかねない一部の対処方法についても触れる。



# 業種、国、スタイルへのバイアス

株式は、属する業種や国により異なるボラティリティの値を示す。たとえば公益サービス企業の株はボラティリティが低めであるのに対し、IT(情報技術)企業の株では高めである。制約条件を加えない最小分散ポートフォリオは、低ボラティリティの業種に一貫して正のバイアスを示し、高ボラティリティの業種に負のエクスポージャーを示すことが多いと考えられる。各国の市場についても同様に、ボラティリティが低めの国と高めの国がある。こうしたバイアスが望ましいケースもあるが、多くの場合、投資家は業種や国へのアクティブ・リスクを抑制したいと考える。

効果的な最適化の枠組みには、予想外の不要なバイアスを制限するための制約条件が組み込まれている。たとえば MSCI 最小分散指数は、指数算出時に幅広い制約条件を組み入れることができる最適化ツール、Barra オープン・オプティマイザーを採用している。

図表 1 と図表 2<sup>6</sup>は、制約条件を課した最小分散指数の業種と国に対するエクスポージャーを、制約条件のない指数のそれと比較したものである。2014 年 11 月 25 日現在の MSCI ワールド指数の株式ユニバースを用い、ロング・オンリー戦略向けに最適化の制 約条件を設定した。この事例で追加した唯一の制約条件は、最小分散・ポートフォリオの業種と国に対するエクスポージャーを、親指数のウェイトから 5 ポイント以内に維持 するというものである。

こうした制約条件がなければ、生活必需品株や公益サービス株、また日本株や香港株に 大きなバイアスが生じるだろう。制約条件を加えることで、特定の業種や国に対する大 規模で不要な投資を避けながら指数を最適化することができる。

<sup>6</sup>重要なエクスポージャーのある国に限定した。.

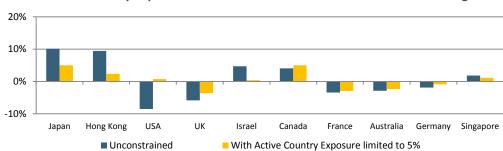


40%
20%
Health Care Inf. Tech Industrials Materials Energy Cons. Stpls. Cons. Disc. Financials Utilities Telecom.

Unconstrained With Active Sector Exposure limited to 5%

Exhibit 1: Active Sector Exposures Constrained vs. Unconstrained Min Vol Strategies

Data as of November 25, 2014



**Exhibit 2: Active Country Exposures Constrained vs. Unconstrained Min Vol Strategies** 

Data as of November 25, 2014

戦略の設計にあたっては、バリュー、レバレッジ、サイズといった投資スタイル・ファクターが重要となる。場合によっては、こうしたファクターへのエクスポージャーが過去の長期的プレミアムを捕捉することを意図して、指数の設計および最適化プロセスの明示的な一部に組み入れることもある。しかし多くの場合、こうしたエクスポージャーは認識されず無秩序に現れる。戦略の策定にあたって最適化ベースとヒューリスティックのどちらの手法を用いたとしても、スタイル・ファクターへのエクスポージャーは市場から乖離する。

たとえば低ボラティリティのポートフォリオは、サイズへのエクスポージャーが予想外 に低く、バリューへのエクスポージャーが予想外に高くなることがある。



こうした予想外でアクティブなスタイル・エクスポージャーは、ある程度まで許容できるかもしれない。ロング・オンリー戦略では、スタイルに対するある程度のアクティブな残余エクスポージャーが含まれることが多いからである。しかし、こうした予想外のスタイル・エクスポージャーは、ふさわしいツールと適切な設計により一定の水準まで抑えることが可能である。(Barra オープン・オプティマイザーと併せて用いられる)Barra ファクター・モデルのようなファンダメンタル・ベースのモデルでは、不要なスタイル・エクスポージャーの上限を明示的に設定することができる。

図表 3 は、スタイルの制約条件なしで最適化した最小分散指数の効果を、スタイル・ファクターのエクスポージャーに上限を設定した同指数と比較したものである。制約条件なしの指数において、ボラティリティに対する大幅な負のエクスポージャーは意図されたものだが、グロースとサイズに対する大きな残差アクティブ・エクスポージャーは偶発的であり不要かもしれない。MSCI 最小分散指数では、ボラティリティを除く全スタイル・ファクターを親指数の 0.25 標準偏差内に抑える制約条件を加えている。この制約により、すべてのスタイルを許容範囲内に維持しながら、望ましいボラティリティ・エクスポージャーに最小限の影響しか与えないようにしている。

MSCI 最小分散指数に含まれるバリュー・ファクターへの制約条件も、高いバリュエーションをもつ企業の銘柄(人気の銘柄(crowded stocks))がオーバーウェイトされるのを暗示的に防ぐ。低ボラティリティ株は概して高クオリティ株でありバリュエーションが高めだが、こうした制約条件を課すことにより、構築された指数は、関連する株式市場や親指数と比較してバリュエーションが高すぎる株式へのエクスポージャーを抑えられている。

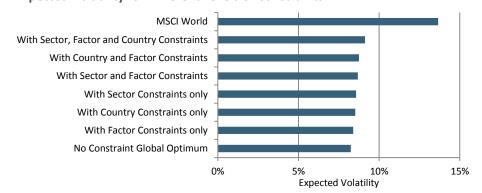


0.50 0.25 0.00 -0.25 -0.50 -0.75 -1.00 Financial Growth Liquidity Momentum Size Size Value Volatility Nonlinearity Leverage ■ No Constraints ■ With all Active Styles except Volatility Constrained to be within 0.25 of Benchmark

Exhibit 3: Active Style Exposures - Constrained vs. Unconstrained Min Vol Strategies

最小分散の最適化を行うと、制約条件の内容にかかわらず指数の期待ボラティリティは上昇するが、適切に設計された最適化を実施すれば、上昇幅を最小限に抑えることができる。図表4は、制約条件のレベルを変えながら時価総額指数(MSCI ワールド指数)を最小分散指数へと推移させたところ、期待ボラティリティの大幅な低下が達成されたことを示している。この図表からは、制約条件のない最適化に対してさまざまな制約条件を加えた場合、期待ボラティリティがわずかに上昇することもみてとれる。

Note: Applying the constraints after the optimization may cause a considerable deviation from optimality and in many cases a feasible solution may not be possible.



**Exhibit 4: Expected Volatility for Different Levels of Constraints** 



#### 回転率

最小分散指数の設計に不備があると、回転率が高くなることがある。リバランスの頻度 を減らすことにより、最小分散のエクスポージャーを望ましい水準に維持しながら回転 率を一定の範囲内に抑えることができる。さらに回転率を望ましい水準まで引き下げる には、回転率の制約条件を最適化に明示的に適用するとよい。

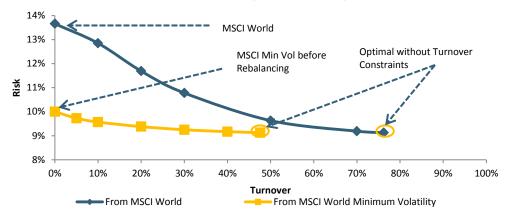
回転率のレベルと期待ボラティリティの低下には明らかなトレードオフの関係がある。 しかし両者は比例関係にはない。ボラティリティを低下させるために回転率を上昇させ ることによる限界利益は、回転率の上昇にしたがって減少する。

以上の点を明らかにするため、まず、時価総額指数を最小分散指数に変化させ、その効果を検証する。MSCI ワールド指数に対し、回転率に対する制約条件を変えながら最適化を実行する(図表 5 の青い折れ線グラフに示す)。時価総額指数に対して 50%の回転率を与えると、指数のボラティリティは 13.7%から 9.6%まで低下したと思われる。一方で回転率に制約を加えなかった指数は、76%の回転率で 9.1%のボラティリティを達成したと考えられる。すなわち、軽減可能なリスクのうち 90%は、MSCI ワールド指数に 50%の回転率を与えることにより達成されたと考えられる。

さらに重要なのは、リバランスの日、すなわち指数の構成銘柄の入れ替えが行なわれた日付の最小分散指数の回転率を調べることである。この事例では(リバランス前の)MSCI 最小分散指数からスタートし、わずか 10%の回転率を与えるだけで 9.6%のボラティリティ値を達成しており、また親指数に比べて 90%の可能リスク低減を実現している。黄色の折れ線グラフは、リバランス直前の最小分散指数からスタートし、回転率の制約条件を変えることにより達成されるリスク低減の推移を表している。

MSCI 最小分散指数ではリバランスを半年ごととし、1回のリバランスにおける回転率を10%に抑えている結果、年間の一方向の売買回転率は20%となっている。





**Exhibit 5: Effect of Turnover Constraint on Expected Volatility** 

Data as of November 25, 2014

#### 回転率と経路依存

制約条件は高すぎる回転率と関連コストを避けるために必要だが、一方で経路依存をもたらすかもしれない。すなわち指数の構成銘柄と重みづけがローンチ日に依存する可能性がある。これは、その指数が最適な指数から大きく乖離したときに問題となりうる。 経路依存からくる最適性の低下は、慎重な設計により緩和することが可能である。

以下のとおり、経路依存が MSCI 最小分散指数に影響を及ぼしているか否かを調べた。

図表 6 と図表 7 は、全く同じ日に構築され開始日だけが異なる複数の指数の事後リスク・リターンの動きを比較したものである。グラフをみると、最小分散指数の事後リスクは時価総額指数に比べて大幅に低下し、かつリターンは増加していることがわかる。加えて、5 種類の異なる最小分散指数について年率換算ボラティリティの差はほとんどなく、新しい指数の方が運用成績がよいという根拠はみられない。したがって、個々の指数の開始日の違いはリスクとリターンのどちらにも影響を及ぼしていない。



また、MSCI 最小分散指数と、回転率の制約を外した同指数の長期的な差に注目した。 事前リスク・スプレッドとアクティブ・シェアの 2 つの指標について調べた<sup>7</sup>。

図表 8 は、MSCI ワールド指数と、回転率制約の有無による 2 つのパターンの最小分散 指数の事前リスクを表したものである。最小分散指数のリスクは両パターンでほぼ重な っており、差はほとんどみられない。この小さな差を右目盛りで示した(折れ線グラフ の塗りつぶし部分)。両者の差はわずか(10-30 ベーシスポイント)であり、回転率制 約条件の効果が時間の経過とともに累積することを示す明らかな上昇傾向もみられなか った。

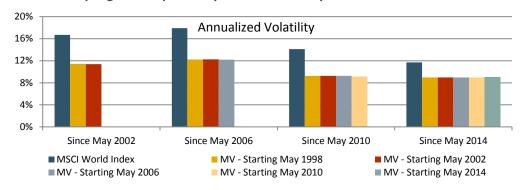
図表9は、アクティブ・シェアを用いて、(回転率制約の有無による)2つの指数がどのように異なるか、また時間が経つにつれて両者が乖離するか否かを調べた結果である。期待どおり、回転率の制約は2つの指数に差をもたらした。アクティブ・シェアは当初上昇したがその後安定しており、長期的にみれば、制約条件を加えた指数と最適化された手法がそれほど変わらないことを意味しているようだ。

制約条件を課さない最適化指数の構築においては、主たる目的であるボラティリティの低減だけを考慮し、キャパシティや集中度、流動性、回転率、予想外のエクスポージャーなど、他の重要事項は考慮に入れていない。しかし、それに代替する指数は、ほぼ同様のボラティリティ水準を達成しつつ、先に述べたその他の検討事項についても説明力がある。最適化プロセスに制約条件を適用することで、主目的であるボラティリティの低下を実現するだけでなく、こうした考慮すべき他の投資に関する問題にも対処した代替指数を構築することができる。

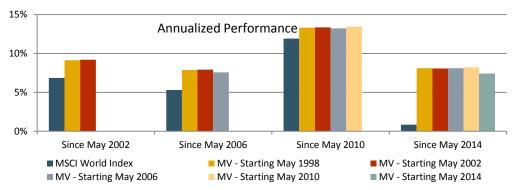
<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> アクティブ・シェアは、2 種類の指数(またはポートフォリオ)を構成する各銘柄のウェイトを比較することにより両者の差を計測する。2 種類の指数を構成する各銘柄のウェイトの差異の絶対値の合計を 2 で割って求める。



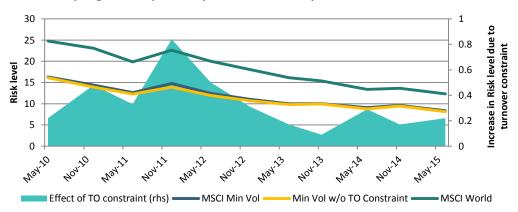
**Exhibit 6: Analyzing Path Dependency: Ex-Post Volatility** 



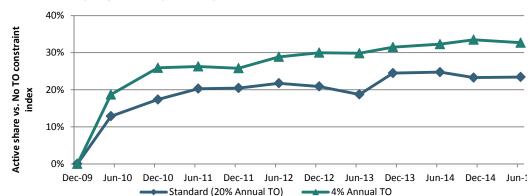
**Exhibit 7: Analyzing Path Dependency: Ex-Post Return** 



**Exhibit 8: Analyzing Path Dependency: Ex-Ante Volatility** 







**Exhibit 9: Analyzing Path Dependency: Active Share** 

# 市場サイクルおよび経済局面を通じたパフォーマンス

ボラティリティの値はしばしばリスク指標として用いられるが、リスクの測定にはこれ 以外にも、弱気相場や市場の混乱期における下落率など重要な指標が存在する。本セク ションでは、MSCI 最小分散指数が過去のさまざまな市場環境において、また市場の上 昇・下降局面において示したパフォーマンスを知るために、いくつかの分析結果を紹介 する。

#### 弱気相場におけるパフォーマンス

まず、MSCI ワールド最小分散指数について、過去 27 年間にわたる市場のさまざまな下降局面(弱気相場)におけるパフォーマンスを分析する<sup>8</sup> (Alighanbari ら、 2014 年)。 弱気相場の定義は、MSCI ワールド指数が 20%以上の下落を 2 カ月以上持続している状態とする。この時間枠で弱気相場は 4 回存在した(図表 10 のグレーに塗りつぶした部分)。MSCI ワールド最小分散指数(青い折れ線グラフ)は、4 つの弱気市場のすべて

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> MSCI 最小分散指数の過去データは 1988 年 5 月 31 日以降のものである。シミュレーションやバックテストのデータ利用については、本報告書末尾の免責事項を参照されたい。



にわたって市場(MSCI ワールド指数)のパフォーマンスを上回り、強力なディフェンシブ特性を実証した。



**Exhibit 10: Minimum Volatility Behavior in Bear Markets** 

図表 11 は、市場で資産の保護が最も重視されるこれらの下降局面において、MSCI ワールド最小分散指数のパフォーマンスの下落率が非常に小さかったことを示している。また、こうした低迷期における実現ボラティリティも、最小分散指数の方が低かった。

Exhibit 11: MSCI Minimum Volatility Index Risk/Return over Bear Markets

	Absolute Returns (Gross USD)			Realiz	ed Volatility
	MSCI World				MSCI World
Bear Market Periods	MSCI World	Minimum Volatility	Active Return	MSCI World	Minimum Volatility
Dec 89 - Sep 90	-24.0%	-20.2%	3.8%	21.8%	19.7%
Mar 00 - Sep 02	-46.3%	-19.8%	26.5%	16.5%	11.0%
Oct 07 - Feb 09	-53.7%	-43.0%	10.6%	21.9%	17.1%
Apr 11 - Sep 11	-19.4%	-5.1%	14.3%	15.9%	8.9%

# アップサイドの可能性

MSCI ワールド最小分散指数は予想どおり、市場全体が下落した時期にこれを上回るパフォーマンスを上げている。図表 12 は、弱気相場の期間のうち 88%において、MSCI



ワールド最小分散指数が市場を平均8.8ポイント(年率換算)上回ったことを示す。一方、同指数が市場をアンダーパフォームした期間の平均は1.24ポイントにすぎない。

市場のリターンが 10%を超えた複数の年で、最小分散指数は市場を下回った。市場リターンの上昇につれてアンダーパフォームの程度も拡大した。しかし、中程度のプラスリターン(0%~10%)の期間においては、期間中 67%で市場をアウトパフォームした。

Exhibit 12: Performance Comparison: MSCI World Minimum Volatility Index vs Market

MSCI World Rolling 1-Year Return	<0	0-10%	10%-20%	20%-30%	>30%
Hit rate of Outperformance	88.6%	67.3%	39.8%	21.2%	0.0%
Average Outperformance	8.8%	4.5%	3.1%	1.3%	0.0%
Average Underperformance	-1.24%	-2.6%	-3.8%	-6.0%	-9.3%
No. of Observations	79	52	118	52	16

#### さまざまな景気局面での指数の動き

最小分散は、ディフェンシブな市場で良好なパフォーマンスを示している。ここでは、さまざまな市場/マクロのシグナルに対する最小分散の動きを検証するため、MSCIが以前に実施した、異なる経済局面における各種株式ファクターの動きに関する調査(Gupta et al., 2014)をさらに拡張した。図表 13 は、Gupta et al.が発表した、VIXやクレジット・スプレッドをはじめとする市場リスク指標を用いた 2 変量解析を拡張したものである。図表中の青色の棒グラフは、示された各市場/マクロ指標の低下時における MSCI ワールド最小分散指数の平均月次アクティブ・リターンを、黄色の棒グラフは各指標の上昇時における同リターンを表している。平均すると、景気の縮小(OECD景気先行指数の悪化により定義)、高ボラティリティ(VIX 上昇)、クレジット・スプレッド拡大およびインフレ率上昇、また金利低下の時期に、同指数は市場をアウトパフォームした。アウトパフォーマンスのパターンは、低ボラティリティ戦略のディフェンシブな動きを裏づけるものである。



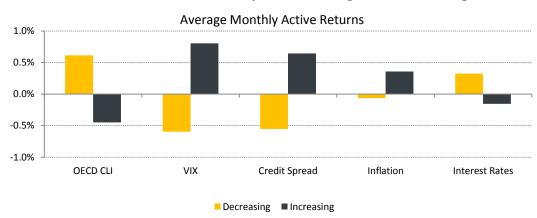


Exhibit 13: MSCI World Minimum Volatility Behavior during Market/Macro Regimes

## MSCI 最小分散指数:外挿期間のパフォーマンス

MSCI ワールド最小分散指数シリーズは 2008 年のローンチ以来<sup>9</sup>、 市場のリターン約 40%に対し約 60%のリターンを上げている(図表 14)。この外挿期間における同指数 のボラティリティ(月次リターンを用いて算出)は 12.8%と、親指数のボラティリティ 18%を、約 30%削減している。

図表 15 の塗りつぶされた部分は、上記の期間における MSCI ワールド指数のパフォーマンスを示し、黄色の折れ線グラフは MSCI ワールド指数と比較した最小分散指数のパフォーマンスを示している。 MSCI 最小分散指数は 2008 年、市場が 50%前後落ち込んだ時期にローンチされた。同指数は市場を約 20 ポイントアウトパフォームした。同様に 2011 年にも市場は約 20%下落したが、最小分散指数はその下落の大部分を回避した。最近では 2015 年 8 月に市場が大きく変動したが、その間も最小分散指数は持ちこたえている。

MSCI ワールド最小分散指数はローンチ以来、数多くの市場を大きく下回るボラティリティを示してきた。また、市場の下降局面においても市場を大幅にアウトパフォームし、

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> MSCI ワールド最小分散指数 (米ドル) は 2008 年 4 月 14 日にローンチされた。

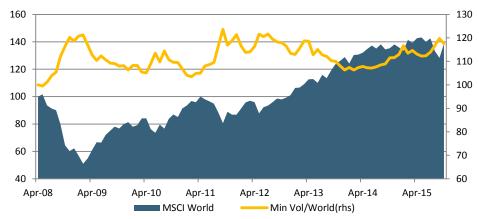


強力なディフェンシブ特性を証明した。最後に、同指数は7年間にわたって市場をアウトパフォームし、長期的なプレミアムをもたらしている。市場自体が40%上昇している時期にこのアウトパフォーマンスを達成したのである。

180 160 140 120 100 80 60 40 Apr-08 Apr-09 Apr-10 Apr-11 Apr-12 Apr-13 Apr-14 Apr-15 -MSCI World World Min Vol

Exhibit 14: MSCI World Minimum Volatility Index Performance since Launch







# 結論

最小分散は、市場が大きく変動する時期にも良好なパフォーマンスを上げ、最も必要とされるときに資産を保護する役割を果たしている数少ないファクターの一つである。だが、長期にわたって市場を上回るリターンを生み出す一方でリスクも少ないことから、アノマリーにとどまっている。

本稿では、低ボラティリティ戦略を設計するいくつかの実際例に着目した。低ボラティリティ戦略の設計方法には主に2種類あり、ヒューリスティックな(純粋にランキングベースの)手法と最適化ベースの手法である。ヒューリスティックな手法の方がシンプルなことが多いが、最適化ベースの手法はフレームワークがより柔軟なことから、さまざまなタイプの制約条件を組み入れることが可能である。さらに、低ボラティリティ戦略の設計の重要な要素である株式同士の相関をフルに活用できるのは、最適化ベースの手法のみである。

純粋にランキングベースの手法と最適化の手法のどちらを用いて低ボラティリティ指数を構築した場合でも、他のスタイル・ファクターに予想外の大きな傾斜を生じることがある。複数のファクターの組み合わせは、分散化という目的においては合理的な手法かもしれないが、時としてこれらの残差ファクターが、ボラティリティ・ファクターそれ自体よりも大きな影響を、低ボラティリティ戦略のリスク・リターン特性に与える可能性がある。

最適化ベースの手法にも落とし穴がある。株式の数が増えれば、すべての共分散行列を 予測することは大変な作業になるからだ。ファクター・モデル(とりわけファンダメン タル・ファクター・モデル)を用いれば、予測すべきパラメータの数を減らし、結果的 に共分散行列の安定性を高められる。

最小分散指数の設計にあたっては、制約条件も重要である。制約条件を直接最適化のプロセスに組み入れることにより、業種、国、スタイルについてのエクスポージャーを望



ましい水準に設定しやすくなり、リスク低減の効果をそれほど弱めることなく回転率を 抑えることができる。最適化後に制約条件を適用すると、最適化のあらゆる目的が無効 になり、でき上がる指数の質も低下しかねない。

最後に、MSCI ワールド最小分散指数のさまざまな特性を示すために、異なる市場局面における動きを検証した。入手可能な 27 年間のデータと、同指数のローンチ以降 7 年間の過去データを用いた結果、MSCI ワールド最小分散指数のボラティリティは市場を大きく下回り、市場の下落局面ではディフェンシブに推移し、上記期間を通じて市場をアウトパフォームした。長期的には、低ボラティリティのもたらすプレミアムを活かし、優れたパフォーマンスを上げた。



# 参考文献

- M. Alighanbari,, R.A. Subramanian and P. Kulkarni. (2014). "Factor Indexes in Perspective: Insights from 40 Years of Data." MSCI Research Insight.
- A. Ang, R. Hodrick, Y. Xing and X. Zhang. (2006). "The Cross-Section of Volatility and Expected Returns." *Journal of Finance* 61(1), 259-299.
- M. Baker, B. Bradley and J. Wurgler. (2011). "Benchmarks as Limits to Arbitrage: Understanding the Low-Volatility Anomaly." *Financial Analysts Journal* 67(1), 40-54.
- N.L. Baker and R.A. Haugen. (2012). "Low Risk Stocks Outperform within All Observable Markets of the World." available at SSRN: http://ssrn.com/abstract=2055431.
- F. Black. (1972). "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing." Journal of Business 45(3), 444-455.
- D. Blitz and P. Van Vliet. (2007). "The Volatility Effect: Lower Risk without Lower Return." *Journal of Portfolio Management* 34(1), 102-113.
- L.K.C. Chan, J. Karceski and J. Lakonishok. (1999). "On Portfolio Optimization: Forecasting Covariances and Choosing the Risk Model." *The Review of Financial Studies* 12(5), 937-974.
- Y. Choueifaty and Y. Coignard. (2008). "Towards Maximum Diversification." *Journal of Portfolio Management* 34(4), 40-51.
- R. Clarke, H. De Silva and S. Thorley. (2006). "Minimum-Variance Portfolios in the US Equity Market." *Journal of Portfolio Management* 33, 10-24.
- A. Frazzini and L.H. Pedersen. (2014). "Betting Against Beta." Journal of Financial Economics 111(1), 1-25.
- A. Gupta, A. Kassam, R. Suryanarayanan and K. Varga. (2014). "Index Performance in Changing Economic Environments." MSCI Research Insight.
- R. Haugen and N. Baker. (1991). "The Efficient Market Inefficiency of Capitalization-Weighted Stock Portfolios." *Journal of Portfolio Management* (Spring 1991), 35-40.
- R. Jagannathan and T. Ma. (2003). "Risk Reduction in Large Portfolios: Why Imposing the Wrong Constraints Helps." *Journal of Finance* 58(4), 1651-1684.
- C. Muijsson, E. Fishwick and S. Satchell. (2014). "Taking the Art out of Smart Beta." http://sydney.edu.au/business/\_\_data/assets/pdf\_file/0003/214356/DP-2014-008\_Taking\_The\_Art\_out\_of\_Smart\_Beta.pdf. Discussion paper.
- F. Nielsen and R.A. Subramanian. (2008). "Far From the Madding Crowd Volatility Efficient indexes." MSCI Barra Research Insights.
- J. Sefton, D. Jessop, G. De Rossi, C. Jones and H. Zhang. (2011). "Low-risk investing," UBS Research.
- R.F. Stambaugh, J. Yu and Y. Yuan. (2015). "Arbitrage Asymmetry and the Idiosyncratic Volatility Puzzle." *Journal of Finance* 70(5), 1903-1948.
- M. Vangelisti. (1992). "Minimum-Variance Strategies: Do They Work?" Barra Newsletter.



# 別紙 1:相関性とボラティリティ

# 相関の問題

最適化ベースの戦略は、最小分散指数の構築にあたって相関とボラティリティの両方に 依存する。本セクションでは、最小分散指数の全体的なボラティリティ低減に相関がも たらす効果をとり上げる。

ボラティリティの低減(時価総額指数に対する最小分散指数)は、低ボラティリティ銘柄の選定と低相関の銘柄の選定の両方によってもたらされることがわかっているが、2つの効果を別々にとらえることは容易ではない。以下のとおり、低ボラティリティ銘柄の選定と低相関効果の影響を調べるプロキシモデル(proxy)を作成する。

これらの解析には、2014年11月26日現在のMSCIワールド指数およびMSCIワールド最小分散指数を用いる。株式と指数のリスク水準は、Barra GEM2モデルを用いて求めた。

図表 16 は、各指数の構成銘柄のボラティリティの分布を示したものである。MSCI ワールド指数は 25%ボラティリティを中心とした対称分布に近い(高ボラティリティの方向にわずかに裾を引いている)。MSCI ワールド最小分散指数は、ボラティリティが低めの銘柄を選定していることから、分布は期待どおりグラフの左方向に歪んでいる。(注記:指数を構成する個々の銘柄のウェイトは無視しており、グラフでは各ボラティリティ区分に属する株式の割合(%)のみを示す。)



30% 25% 20% 15% 10% 5% 0% 14% 20% 26% 32% 38% 44% 50% 56% Volatility

Exhibit 16: Volatility Distribution: MSCI World Minimum Volatility Index vs Market Cap

明らかに、MSCI ワールド最小分散指数の期待ボラティリティにもたらされたリスク低減効果の一部は、低ボラティリティ銘柄の選定に起因する。これは MSCI ワールド最小分散指数構成銘柄の平均ボラティリティと加重平均ボラティリティを、親指数である時価総額指数の両ボラティリティと比較することで裏づけられる(図表 17)。

Exhibit 17: Volatility Reduction of MSCI World Minimum Volatility Index

	MSCI World	MSCI World Minimum Volatility
Volatility Estimate	13.66%	9.62%
Average Volatility of Constituents	24.69%	20.36%
Wt. Avg Volatility of Constituents	22.16%	18.83%

しかし、ボラティリティ縮小効果のどの程度が低相関株の選定によりもたらされたのか という疑問は残る。この問いに答えるため、相関効果の分離を試みることにする。その ためには、いくつかの仮説を立て近似モデル(approximations)を構築する必要がある。

各指数についての関係式は、以下のとおりである。

$$\sigma_{\rm p}^2 = \sum w_{\rm i}^2 \sigma_{\rm i}^2 + \sum_{{\rm i}<>{\it j}} \rho_{\rm ij} w_{\rm i} w_{\rm j} \, \sigma_{\rm i} \sigma_{\rm j}$$



次に、ポートフォリオを構成するすべての株式間の相関係数が平均相関係数に等しいと 仮定する。

$$\forall i, j; \quad \rho_{ij} = \rho_P$$

この仮定に基づき、相関係数の平均値を以下の式により算出できる。

$$\rho_{p} = \frac{\sigma_{p}^{2} - \sum w_{i}^{2} \sigma_{i}^{2}}{\sum_{i <> j} w_{i} w_{j} \sigma_{i} \sigma_{j}}$$

この公式を MSCI ワールド指数と MSCI 最小分散指数にあてはめた答は以下のとおりである。

$$\rho_{World} = 0.38$$

$$\rho_{Min\ Vol} = 0.26$$

上記の数値から、MSCI 最小分散指数が選定銘柄の低相関によるメリットを享受していることがはっきりとわかる。

ボラティリティ縮小への相関効果を表すプロキシを算出するため、上記の MSCI ワールド指数の等式に MSCI ワールド指数の相関係数 ( $\rho_{World}$ ) を挿入する。

$$\widehat{\sigma}_{\text{Min Vol}}^2 = \sum w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i <> j} \rho_{\text{World}} w_i w_j \, \sigma_i \sigma_j = (11.6\%)^2$$

これは、相関係数が一定であったとすれば、最小分散指数の構成銘柄に低ボラティリティ株を選定(かつオーバーウェイト)した効果により、ボラティリティが 13.7%から 11.6%まで低下したことを意味する。すなわち、ボラティリティの縮小分 4.0%(図表 17)のうち、低ボラティリティ銘柄の選定に起因するものが約 2%、相関効果に起因するものが 2%であるといえる。計算においては複数の仮説を用いているが、親指数より も低いボラティリティの銘柄を選定し高いウェイトを設定したことと相関の低い銘柄を 選定したことが、最小分散指数のボラティリティ縮小に寄与していると計算の結果から 実証されている。



# 最大分散化に関する留意事項

ポートフォリオ構築に対する最大分散化の方法について論じることは本稿のテーマからは外れる。本セクションでは、最大分散化と最小分散の両手法の基本的な違いについて簡単に述べる。「最大分散化ポートフォリオ」の定義は、分散化比が最大となるポートフォリオであり(Choueifaty と Cignard、2008 年)、以下の式で定義される。

$$D(P) = \frac{W'\emptyset}{\sqrt{W'\Phi W}}$$

この式で W はポートフォリオを構成する個々の資産の重みづけベクトルを、

Φ は共分散行列を、Ø は資産ボラティリティ・ベクトルを表す。 公式より、分母がポートフォリオのボラティリティ、分子がポートフォリオ構成銘柄のボラティリティの加重合計であることが明らかである。この式から分子を取り除くと、最小分散の問題(minimum variance problem)になる。分子を含めた場合、最大化はポートフォリオのボラティリティ(分母)を最小化する一方で高ボラティリティ銘柄を選定しオーバーウェイトしようとする。こうしてこの手法は、ボラティリティは高めだが低相関の資産選定により、ポートフォリオのボラティリティ縮小を達成しようとするものである。このプロセスにより、高度に分散化されたポートフォリオ(互いに低相関の資産)構築という目的を達成しながら、同時に高ボラティリティの銘柄組み入れも狙う。ある意味では、CAPM 理論と整合性をもち低ボラティリティのアノマリーとは対照的な手法である。

最大分散化ポートフォリオを、純粋にランキングベースの低ボラティリティ・ポートフォリオおよび最小分散ポートフォリオと比べてみると、ボラティリティと相関性の扱い方に違いがあることに気づく。純粋にランキングベースのポートフォリオでは、ポートフォリオ全体のボラティリティを低減するにあたって、低ボラティリティ株の選定とオーバーウェイトに重きを置く一方で、相関効果は考慮に入れない。このやり方は、高ボラティリティ株を選定しつつ相関効果によりポートフォリオ全体のボラティリティ低減を図る、最大分散化とは正反対である。最小分散手法は両者の間に位置する。すなわち



ポートフォリオのボラティリティ低減にもたらす相関効果を享受しながら、ボラティリティが低めの銘柄を暗示的に選定しオーバーウェイトするのである。

# 資産アロケーションと低ボラティリティ指数

低ボラティリティ指数のもたらす長期的なプレミアムを度外視したとしても、そのボラティリティの低さは株式と債券の間に位置するものである。そのため資産配分の過程において、低ボラティリティ指数を用いた新しい資産クラスの構築が可能である。特に低金利環境において投資家が債券ポートフォリオの目標リターンを上げにくい場合に、低ボラティリティ指数の組み入れは有効ではないかと思われる。

図表 18 は、資産アロケーションの過程に低ボラティリティ指数を組み入れた場合の効果を示したものである。時価総額加重型の株式アロケーションを低ボラティリティ指数ベースに変更すると、調査期間を通じてポートフォリオ全体のリスクが低下する一方で、リターンは増加した。たとえば、ポートフォリオのうち時価総額加重型の株式アロケーション 60%を、株式 60%/債券 40%の低ボラティリティ指数ベースのポートフォリオに入れ替えると、調査期間を通じてリスクが約 20%低下する一方で、リターンは年率換算で 60 ポイント上昇した。

さらに、投資家がこの方法で資産配分に低ボラティリティ指数を採用すれば、リスクを上昇させることなく株式への配分を高めることができただろう。低ボラティリティ株80%/債券20%の資産配分におけるリスク水準は、従来型の60%/40%の配分時とほぼ同じだったが、株式全般の、また低ボラティリティ銘柄のもたらすプレミアムがリターンを押し上げた。



Exhibit 18: Effect of Using Low Volatility Index Portfolios in Asset Allocation

	Equity Allocat	ion	Fixed Income	Portfolio	Portfolio	Risk
Total Equity	MSCI World	Min Vol	Allocation*	Return**	Risk**	Reduction***
60%	60%	0%	40%	6.69%	9.92%	
60%	40%	20%	40%	6.92%	9.11%	8.1%
60%	20%	40%	40%	7.12%	8.44%	14.9%
60%	0%	60%	40%	7.30%	7.94%	19.92%
80%	0%	80%	20%	7.63%	9.60%	3.18%

<sup>\*</sup>Barclays Capital Global Aggregate

<sup>\*\*</sup> Statistics determined over the period from Jan 1990 - Sep 2015

<sup>\*\*\*</sup> Compared to 60% MSCI World / 40% Fixed Income allocation



# 別紙 2:通貨ヘッジの問題

低ボラティリティ指数における通貨の扱いは、最適化とヒューリスティックのどちらの 手法で構築されていても検討すべき重要な問題である。低ボラティリティ・ポートフォ リオの設計時には、投資家の現地通貨(参照通貨)を指定することが重要である。

仮にある投資家が、2種類の日本株というユニバースから、過去の日次リターンのボラティリティが最も低い、単一銘柄からなるポートフォリオを構築したいとする。日本人投資家であれば、円建てのリターンで算出した過去のボラティリティの低い方の銘柄を選べばよい。しかし米国人投資家であれば、正解は同じとは限らない。その場合、過去のボラティリティは各株式の米ドル建てパフォーマンスでみるべきだからである。為替相場と株式相場の相関性により、日本人投資家にとっての低ボラティリティ銘柄が異なることがある。

同様の問題は、低ボラティリティ指数の構築時にも考慮しなくてはならない。MSCI 最小分散指数では株式リスクモデルにおいて、また最適化の中で基準通貨を定義する。そのため、事前に別の投資家の参照通貨にとって最適であった、異なる指数が構築されることがある。

株式指数のボラティリティは、1) 構成銘柄のボラティリティと相関性、2) 構成銘柄の 通貨の為替相場、および通貨リターンと株式リターンの関係、の 2 つの要因に依存する。 この株式と通貨の関係は、選択したグローバル Barra 株式モデルによって、つまり指数 の全体的な(予想)ボラティリティを最小化する最適化プロセスにおいて捕捉できる。 この問題は、異なる通貨を用いる国際市場にベースを置く最小分散ポートフォリオの場 合(たとえば、米国に拠点を置く投資家が MSCI JAPAN 最小分散指数に投資しようとす る場合)には若干複雑である。

通貨の選択は、低ボラティリティ指数の構成に影響を及ぼす。指数は投資家によるホーム・バイアスを有し、ホーム・バイアスはオプティマイザーが指数全体のリスク低減を



目的として実施した銘柄選定を反映しているからである。こうした最適化プロセスにおいて基準とすべき「正しい」通貨は存在するのだろうか。理論的には、その指数の通貨がヘッジされているかどうかで答えが変わる。

仮にある日本人投資家が、MSC JAPAN 指数を親指数とする最小分散指数に関心をもっているとする。この場合、その投資家の通貨と指数の通貨は一致している。基準通貨は円であり為替の影響はない。したがって、グローバル Barra ファクター・モデルの通貨関連セグメントを(通貨エクスポージャーをゼロに設定して)実質的に無視できる。一方米国人投資家は、基準通貨を米ドルにすれば最適な(予想ボラティリティが最も低い)指数を構築できる。株式リターンと通貨リターンの相関を示す兆候があれば、銘柄の選定と重みづけに役立つ。現地通貨のボラティリティが同一の2種類の日本株から選定する場合は、その通貨ペアと負の相関が最も大きい(正の相関であれば最も小さい)銘柄に着目する。

米国人投資家が保有株式の為替エクスポージャーをヘッジする気があれば、日本人投資家が円建てで得られるのと同じ額の米ドル建てリターンを得ることができるだろう。したがって最適化に用いられる通貨は円(現地通貨)であり、構築された最小分散指数に米ドル/日本円の為替ヘッジが適用される。

#### 現地通貨の最小分散指数

ある投資家が保有する国際ポートフォリオにおいて、その通貨の為替エクスポージャーが「100%ヘッジされている」場合は、現地の投資家が同じ証券から現地建て通貨で得られるのと同額のリターンを(自身の現地通貨で)得ることができる。親指数が多数の通貨で構成されている場合も、各通貨についての考え方は同じである。リスクモデルにおいて、通貨関連の共分散より受ける影響はゼロでなくてはならない。実際のプロセスでは、エクスポージャー行列のすべての通貨要素(currency element)をゼロに設定してよい。オプティマイザーはその後、MSCI「現地通貨」最小分散指数を構築する。これはあらゆる投資家について同じである。



もちろん正式には、選択されたあらゆる基準通貨の最小分散指数について、ターゲット通貨(投資家の通貨)に対する為替ヘッジが可能だが、中期的にはこの「混合的」手法を用いて(名称の由来は、先物為替取引で通貨リスクを管理した最適化を通じて、為替リスクヘッジをミックスしているため)、効果的に(経済的に)オーバーヘッジまたはアンダーヘッジを行う。現地通貨指数は、通貨について力強い視点をもち、ヘッジ戦略を採用する投資家に「よりクリーンな」基盤を提供する。この視点は通貨の方向性や通貨ボラティリティの方向性に関するものであったり、市場以外の要因に左右されることもある。たとえば後者の視点においては、損益の制約条件を加えた投資ポートフォリオにおいて、通貨リターンが利益に及ぼす影響を、会計処理を根拠に(accounting-based)避けようとする動きに左右される可能性がある。

現地通貨の手法は、単一の低ボラティリティ戦略ポートフォリオを運用しながら複数の 為替へッジ要件をもつ投資家やサブファンドを抱える、アクティブ・ポートフォリオの 運用担当者にとってのベンチマークとしても便利かもしれない。また別の投資家は、さまざまな市場環境下のトラッキング・エラーやヘッジの差を慎重に検討した結果、運用面のシンプルさ(既存の運用資産、新規ファンドやシェアクラスの設定のしやすさ)を求めて混合的手法をとり続けるかもしれない。親指数の通貨圏以外の準備通貨を基準通貨として選択すると、(コモディティ通貨を基準通貨として選択した場合には起こりそうにないほど)現地通貨の解(solution)と驚くほど近いプロキシになることがある。結局は資産保有者の投資期間、為替関連の影響に対する投資家の許容度、および為替リスクを直接ヘッジする能力を勘案して、ヘッジ戦略を決定することになるだろう。

#### ケーススタディ:グローバル「現地通貨」最小分散指数

次に、MSCI ACWI 最小分散指数に投資しようとする米ドルベースの投資家について、2 つの事例を検討する。第一は、あらゆるリスクの源を勘案した指数、第二は、通貨のボラティリティと相関性の予測を組み入れない、現地通貨バージョンの指数である。リスクの最小化に関しては、前者の方が、ヘッジなしのリターンについての中期的なリスク



の低減効果において優れていた。しかしすでに述べたとおり、現地通貨による構築手法 を採用する投資家は、他の投資の検討事項により重きを置いている。

基準通貨が指数の特性に及ぼす変化を全シミュレーション期間(12 年)にわたって調べ、 その後、為替のボラティリティが上昇した 2014 年末までの 5 年間にわたって調べた。 両アプローチの間のファクター・エクスポージャーの差はごくわずかである。

業種ごとのウェイトについて現地通貨の最小分散指数をスタンダード指数と比較すれば さらに明白である。平均すると、現地通貨指数はどちらのシミュレーションにおいても オーバーウェイト材料であり、IT セクターの相対的ポジションは変動幅が大きい。図表 19 では、低ボラティリティ戦略とは関連性のない業種であるにもかかわらず、為替リスク低減のため米国 IT 銘柄を選好する「ホーム・バイアス」がみてとれる。現地通貨バージョンはほぼ一貫して、IT 銘柄を最もアンダーウェイトしている。

ACWI Minimum Volatility USD (12/01/2009-11/26/2014)

ACWI Local Ccy Min Vol (12/01/2009-11/26/2014)

AVerage
Current

O%

-5%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

-10%

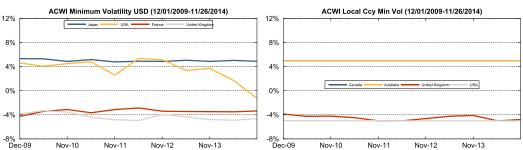
**Exhibit 19: Active Sector Exposures over Five-Year Simulation** 

親指数が異なれば業種ごとの平均ウェイトの差はより明らかだ。円建ての MSCI JAPAN 最小分散指数と米ドルベースの最適化指数を比較した場合、後者では一般消費財銘柄に対する平均ウェイトが大幅に上昇している。ドル対円の通貨相関に対する一般消費財セクターの感応度からすれば、このオーバーウェイトは理にかなっている。さらに業種ごとの差は、銘柄ごとの持分の差によって小さくなることがある。異なる通貨を用いて最適化された最小分散指数間の一方向の売買回転率は、20~30%となることもある。



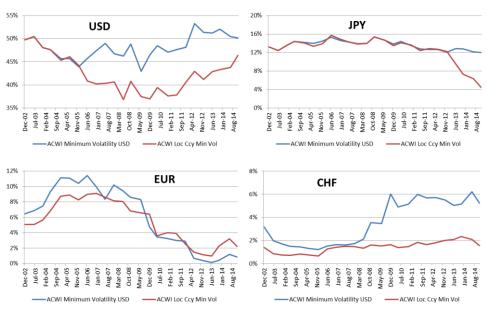
業種へのエクスポージャーよりも国および地域へのエクスポージャーの方が、どちらのシミュレーション期間においても幅広い分散を示した。通貨ボラティリティと相関性による影響がない場合には、アクティブな国の制約条件は明らかな制約力をもち、また「ホーム・バイアス」は逆転する状況にあるため、現地通貨指数の国へのポジショニングはより安定的である。

Exhibit 20: Active Country Exposures – Over Five Years



また、国ごとのウェイトの割合(%)を通貨ブロックごとにまとめ、さまざまな準備通貨、先進国通貨、新興市場通貨の時系列のエクスポージャーを評価した(図表 21)。ドルが基準通貨である場合は米ドルへのエクスポージャーにホーム・バイアスがみられ、通貨と株式の負の相関が強まると円へのエクスポージャーが上昇する。しかし、ユーロ(および英ポンド)へのエクスポージャーについては差がみられない。コモディティ通貨は概して、現地通貨最小分散指数では比較的安定した通貨ポジションである。





**Exhibit 21: Active Currency Exposures** 

Simulation period: 11/29/2002 to 12/31/2014

最小分散指数の主なパフォーマンス特性は、たとえば最大ドローダウンなどのトータル・リスク、ベータ、テール・リスク特性の変化といった、リスク主導型の指数作成の目的と結びついている。業種、国、ファクターごとのエクスポージャー(ヘッジなしの指数については通貨ウェイトも含む)の差異は、すでにテール・イベントへの一部のエクスポージャーを意味する。また、(ヘッジあり・なしの)2種類の指数についてリターンの差を調べた。ベンチマーク戦略やオルタナティブ戦略に対する短期間のドローダウンは、投資家にとって後悔の種になりかねないからだ。図表 22 に米ドルリターンのリスク低減の様子を示し、図表 23 では、(「完璧に為替ヘッジする」オーバーレイのプロキシとして現地通貨のリターンを用いた)ヘッジ済みリターンを比較した。比較しやすくするため、各リスク指標の棒グラフに、親指標である ACWI 指数からのリスク低減率(%)を記載した。



Exhibit 22: Percentage Risk Reduction in Simulation for Alternative MV Indexes

(Left-hand chart: 12-Year simulation; Right-hand chart: 5-year simulation)

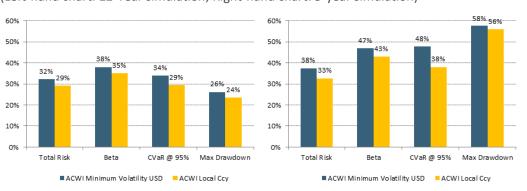
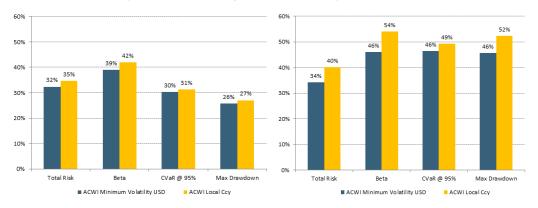


Exhibit 23: Percentage Risk Reduction in Simulation for Alternative Hedged MV Indexes

(Left-hand chart: 12-year simulation; Right-hand chart: 5-year simulation)



現地通貨手法のエクスポージャーのばらつきがもたらすパフォーマンスの違いは、偶発的なものかもしれない。最近では為替相場のボラティリティが上昇していることから、分散も概ねピークに達している。全期間(ヘッジなし)のトラッキング・エラーは1.4%と、最近の大部分の期間よりは低く、パフォーマンスのばらつきを示す指針としては弱い(図表 24 参照)。ヘッジなしのリターンについては、米ドルベースで最適化された最小分散指数のリスク低減効果が高めであったが、ヘッジありの指数も考慮に入れると、現地通貨で最適化したバージョンで、オーバーレイによる為替ヘッジ・オーバーレイを行ったものが、(特に最後の 5 年間で)より高いリスク低減効果を示している。



しかしこうした差は、それぞれの親指数の最小分散のシミュレーションにおいてはそれ ほど明白ではない。

Exhibit 24: Tracking Risk and Return Characteristics for ACWI Local Currency MV Index

	ACWI Min Vol (Loc Ccy), 5y	ACWI Min Vol (Loc Ccy)	ACWI Min Vol (LC, hedged) 5y	ACWI Min Vol (LC, hedged)
Tracking Error (%)	1.8	1.4	1.5	1.2
Ann. act. retn (simulated)	-1.0	-0.2	-0.5	-0.1
Historical Beta	1.07	1.05	0.9	0.95
Max Active Drawdown (%)	6.7	6.7	3.7	4.0
Active Drawdown (mths)	44	44	38	69



# **CONTACT US**

#### **AMERICAS**

clientservice@msci.com

Americas	1 888 588 4567 *
Atlanta	+ 1 404 551 3212
Boston	+ 1 617 532 0920
Chicago	+ 1 312 675 0545
Monterrey	+ 52 81 1253 4020
New York	+ 1 212 804 3901
San Francisco	+ 1 415 836 8800
Sao Paulo	+ 55 11 3706 1360
Toronto	+ 1 416 628 1007

# **EUROPE, MIDDLE EAST & AFRICA**

Cape Town	+ 27 21 673 0100
Frankfurt	+ 49 69 133 859 00
Geneva	+ 41 22 817 9777
London	+ 44 20 7618 2222
Milan	+ 39 02 5849 0415
Paris	0800 91 59 17 *

#### **ASIA PACIFIC**

China North	10800 852 1032 *
China South	10800 152 1032 *
Hong Kong	+ 852 2844 9333
Mumbai	+ 91 22 6784 9160
Seoul	00798 8521 3392 *
Singapore	800 852 3749 *
Sydney	+ 61 2 9033 9333
Taipei	008 0112 7513 *
Thailand	0018 0015 6207 7181*
Tokyo	+ 81 3 5290 1555

<sup>\* =</sup> toll free

#### **ABOUT MSCI**

For more than 40 years, MSCI's research-based indexes and analytics have helped the world's leading investors build and manage better portfolios. Clients rely on our offerings for deeper insights into the drivers of performance and risk in their portfolios, broad asset class coverage and innovative research.

Our line of products and services includes indexes, analytical models, data, real estate benchmarks and ESG research.

MSCI serves 98 of the top 100 largest money managers, according to the most recent P&I ranking.

For more information, visit us at www.msci.com.



# NOTICE AND DISCLAIMER

This document and all of the information contained in it, including without limitation all text, data, graphs, charts (collectively, the "Information") is the property of MSCI Inc. or its subsidiaries (collectively, "MSCI"), or MSCI's licensors, direct or indirect suppliers or any third party involved in making or compiling any Information (collectively, with MSCI, the "Information Providers") and is provided for informational purposes only. The Information may not be modified, reverse-engineered, reproduced or redisseminated in whole or in part without prior written permission from MSCI.

The Information may not be used to create derivative works or to verify or correct other data or information. For example (but without limitation), the Information may not be used to create indexes, databases, risk models, analytics, software, or in connection with the issuing, offering, sponsoring, managing or marketing of any securities, portfolios, financial products or other investment vehicles utilizing or based on, linked to, tracking or otherwise derived from the Information or any other MSCI data, information, products or services.

The user of the Information assumes the entire risk of any use it may make or permit to be made of the Information. NONE OF THE INFORMATION PROVIDERS MAKES ANY EXPRESS OR IMPLIED WARRANTIES OR REPRESENTATIONS WITH RESPECT TO THE INFORMATION (OR THE RESULTS TO BE OBTAINED BY THE USE THEREOF), AND TO THE MAXIMUM EXTENT PERMITTED BY APPLICABLE LAW, EACH INFORMATION PROVIDER EXPRESSLY DISCLAIMS ALL IMPLIED WARRANTIES (INCLUDING, WITHOUT LIMITATION, ANY IMPLIED WARRANTIES OF ORIGINALITY, ACCURACY, TIMELINESS, NON-INFRINGEMENT, COMPLETENESS, MERCHANTABILITY AND FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE) WITH RESPECT TO ANY OF THE INFORMATION.

Without limiting any of the foregoing and to the maximum extent permitted by applicable law, in no event shall any Information Provider have any liability regarding any of the Information for any direct, indirect, special, punitive, consequential (including lost profits) or any other damages even if notified of the possibility of such damages. The foregoing shall not exclude or limit any liability that may not by applicable law be excluded or limited, including without limitation (as applicable), any liability for death or personal injury to the extent that such injury results from the negligence or willful default of itself, its servants, agents or sub-contractors.

Information containing any historical information, data or analysis should not be taken as an indication or guarantee of any future performance, analysis, forecast or prediction. Past performance does not guarantee future results.

The Information should not be relied on and is not a substitute for the skill, judgment and experience of the user, its management, employees, advisors and/or clients when making investment and other business decisions. All Information is impersonal and not tailored to the needs of any person, entity or group of persons.

None of the Information constitutes an offer to sell (or a solicitation of an offer to buy), any security, financial product or other investment vehicle or any trading strategy.

It is not possible to invest directly in an index. Exposure to an asset class or trading strategy or other category represented by an index is only available through third party investable instruments (if any) based on that index. MSCI does not issue, sponsor, endorse, market, offer, review or otherwise express any opinion regarding any fund, ETF, derivative or other security, investment, financial product or trading strategy that is based on, linked to or seeks to provide an investment return related to the performance of any MSCI index (collectively, "Index Linked Investments"). MSCI makes no assurance that any Index Linked Investments will accurately track index performance or provide positive investment returns. MSCI Inc. is not an investment adviser or fiduciary and MSCI makes no representation regarding the advisability of investing in any Index Linked Investments.

Index returns do not represent the results of actual trading of investible assets/securities. MSCI maintains and calculates indexes, but does not manage actual assets. Index returns do not reflect payment of any sales charges or fees an investor may pay to purchase the securities underlying the index or Index Linked Investments. The imposition of these fees and charges would cause the performance of an Index Linked Investment to be different than the MSCI index performance.

The Information may contain back tested data. Back-tested performance is not actual performance, but is hypothetical. There are frequently material differences between back tested performance results and actual results subsequently achieved by any investment strategy.

Constituents of MSCI equity indexes are listed companies, which are included in or excluded from the indexes according to the application of the relevant index methodologies. Accordingly, constituents in MSCI equity indexes may include MSCI Inc., clients of MSCI or suppliers to MSCI. Inclusion of a security within an MSCI index is not a recommendation by MSCI to buy, sell, or hold such security, nor is it considered to be investment advice.

Data and information produced by various affiliates of MSCI Inc., including MSCI ESG Research Inc. and Barra LLC, may be used in calculating certain MSCI indexes. More information can be found in the relevant index methodologies on www.msci.com.

MSCI receives compensation in connection with licensing its indexes to third parties. MSCI Inc.'s revenue includes fees based on assets in Index Linked Investments. Information can be found in MSCI Inc.'s company filings on the Investor Relations section of www.msci.com.

MSCI ESG Research Inc. is a Registered Investment Adviser under the Investment Advisers Act of 1940 and a subsidiary of MSCI Inc. Except with respect to any applicable products or services from MSCI ESG Research, neither MSCI nor any of its products or services recommends, endorses, approves or otherwise expresses any opinion regarding any issuer, securities, financial products or instruments or trading strategies and MSCI's products or services are not intended to constitute investment advice or a recommendation to make (or refrain from making) any kind of investment decision and may not be relied on as such. Issuers mentioned or included in any MSCI ESG Research materials may include MSCI Inc., clients of MSCI or suppliers to MSCI, and may also purchase research or other products or services from MSCI ESG Research. MSCI ESG Research materials, including materials utilized in any MSCI ESG Indexes or other products, have not been submitted to, nor received approval from, the United States Securities and Exchange Commission or any other regulatory body.

Any use of or access to products, services or information of MSCI requires a license from MSCI. MSCI, Barra, RiskMetrics, IPD, FEA, InvestorForce, and other MSCI brands and product names are the trademarks, service marks, or registered trademarks of MSCI or its subsidiaries in the United States and other jurisdictions. The Global Industry Classification Standard (GICS) was developed by and is the exclusive property of MSCI and Standard & Poor's. "Global Industry Classification Standard (GICS)" is a service mark of MSCI and Standard & Poor's.